

신 입 직 원 (종합기획직원 G5) 채용 고 시 (2022. 9. 24. (토) 시행)

학 술 (통계학)

< 유의사항 >

1. 성명 및 접수번호는 매 페이지마다 기재하시기 바랍니다.
2. 문제지(또는 답안지)를 낱장으로 뜯어서 사용하는 경우에도 최종 제출시 페이지 번호 순으로 정렬되었는지 확인하시기 바랍니다.
3. 필요시 답안을 영어로 작성할 수 있습니다.
4. 문제에 별도 안내가 없는 경우 답은 소수점 셋째 자리에서 반올림하여 소수점 둘째 자리까지 기재하시기 바랍니다.
5. 통계분포표는 본 문제지 15~18쪽에 수록되어 있으니 참고하시기 바랍니다.

Problem. 1. 다음 물음에 답하시오.

- (a) $N(t)$ 이 단위시간당 발생빈도가 λ 인 푸아송 과정을 따른다고 하자. $N(t)$ 가 푸아송 과정이기 위한 네 가지 조건을 기술하여라.
- (b) 회귀분석에서 내부적으로 스튜던트화된 잔차(*internally studentized residuals*)와 외부적으로 스튜던트화된 잔차(*externally studentized residuals*)의 차이에 대해 약술하시오.
- (c) 시계열분석에서 전이함수모형에 대해 약술하시오.
- (d) 표본조사론에서 층화계통추출이 단순확률추출에 비해 가지는 장점을 세 개 이상 약술하시오.
- (e) 실험계획법에서 처리의 개수가 l , 블록의 개수가 m , 블록 내 처리의 개수가 p , 각 처리가 수행되는 블록의 수가 r 일 때, 어떤 두 처리를 보았을 때 두 처리가 동시에 수행되는 블록의 수가 λ 인 균형 불완비블록계획이 되기 위한 l, m, r, p, λ 의 조건을 세 가지 써라.

Problem. 2. 아래의 결합확률질량함수를 가지는 두 확률변수 X, Y 에 대하여 물음에 답하여라.

$$P(X = x, Y = y) = C(x + y)I(1 \leq x \leq M)I(1 \leq y \leq N)$$

이때 C 는 양의 실수, M, N 은 2 이상의 자연수이며, X, Y 는 모두 자연수에서 정의되는 확률변수이다.

(a) C 를 M, N 에 대한 함수로 나타내시오.

(b) $N = 1$ 일 때, $\text{Cov}(X, Y)$ 의 값을 M 의 함수로 나타내시오.

Problem. 3. 아래의 물음에 답하여라.

(a) 단위 시간에서 발생 빈도가 λ 인 푸아송 분포의 확률질량함수를 쓰시오.

(b) 성공 확률이 p 인 도전을 n 번 반복한다. 각 도전의 성공 여부는 다른 도전에 독립적이다. 총 성공 회수 X 가 어떠한 분포를 따르는지 말하시오.

(c) np 가 충분히 작으면서 $n \rightarrow \infty$ 일 때, X 가 단위 시간당 발생 빈도가 np 인 푸아송 분포를 따르는 확률 변수로 근사될 수 있음을 보여라.

Problem. 4. 다음은 순서통계량에 관한 문제이다. 아래 물음에 답하시오.

(a) 확률밀도함수

$$f(x) = 2xI_{(0,1)}(x)$$

를 따르는 세 확률변수에 기초한 순서통계량을 $X_{(1)} < X_{(2)} < X_{(3)}$ 이라고 할 때, $X_{(1)}, X_{(2)}, X_{(3)}$ 의 결합확률밀도함수를 구하여라.

(b) $Y_1 = X_{(1)}/X_{(2)}, Y_2 = X_{(2)}/X_{(3)}, Y_3 = X_{(3)}$ 가 서로 독립임을 밝혀라.

(c) 조건부기대값 $\mathbb{E}[X_{(2)}|X_{(3)}]$ 을 구하여라.

(d) 조건분산 $\text{Var}(X_{(2)}|X_{(3)})$ 을 구하여라.

Problem. 5. 아래 물음에 답하시오.

(a) A 가 0이 아닌 정수들로 구성된 유한한 집합일 때 (즉 $A \subset \mathbb{Z} - \{0\}$), $\theta \in (0, 1)$ 에 대해

$$A_\theta := \{a \in A : a\theta - [a\theta] \in (1/3, 2/3)\}$$

을 정의하자. 이때 $[a\theta]$ 는 θ 이하의 최대의 정수를 의미한다. 어떤 $a_1, a_2, a_3 \in A_\theta$ 에 대해서도 $a_1 + a_2 = a_3$ 일 수 없음을 보여라.

(b) θ 의 분포가 $U(0, 1)$ 을 따른다고 하면, 모든 $a \in A$ 에 대하여

$$P(a \in A_\theta) = \frac{1}{3}$$

임을 보여라.

(c) $\mathbb{E}[|A_\theta|] = \frac{1}{3}|A|$ 임을 보여라. 단, $|A|$ 는 집합 A 를 구성하는 원소의 개수를 의미한다.

(d) 0이 아닌 정수들의 모든 부분집합 $A \subset \mathbb{Z} - \{0\}$ 에 대하여, A 의 부분 집합 B 중

$$b_1, b_2 \in B \Rightarrow b_1 + b_2 \notin B$$

를 만족하면서 $|B| \geq \frac{1}{3}|A|$ 인 B 가 있음을 보여라.

Problem. 6. 아래 물음에 답하시오.

(a) 정규분포 $N(\mu, 1)$ 에서 랜덤포본 X_1, \dots, X_n 을 얻었다. μ 의 최대가능도추정량 $\hat{\mu}$ 를 구하여라.

(b) 가설 $H_0 : \mu = 0$ v.s. $H_1 : \mu = 1$ 을 검정하고자 할 때, 유의수준 α 의 최강력검정을 구하여라.

(c) (b)의 가설을 검정하고자 한다. 각 가설의 사전확률이 $\pi_0 = P(\mu = 0), \pi_1 = P(\mu = 1)$ 일 때($\pi_0 + \pi_1 = 1$), 가설 H_0 의 사후승산비를 구하여라. 그리고 이를 통해 베이즈검정을 제시하여라.

(d) (c)에서 얻은 검정의 제 1종의 오류율이 α 가 되는 $\rho = \pi_1/\pi_0$ 를 구하여라.

Problem. 7. 아래 물음에 답하여라.

(a) 확률밀도함수가

$$f(x; \mu) = e^{-(x-\mu)} I_{[\mu, \infty)}(x)$$

으로 주어지는 지수분포 $\text{Exp}(\mu, 1)$ 에서의 랜덤표본을 X_1, \dots, X_n 이라 하자. $\mu \in (-\infty, \infty)$ 에 대한
완비충분통계량을 구하여라.

(b) (a)를 이용하여 μ 의 전역최소분산불편추정량을 구하여라.

Problem. 8. 아래 물음에 답하시오.

(a) 단순회귀모형 $y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$ 을 고려하자. n 개의 랜덤표본 $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ 을 얻었다. 이 단순회귀모형에서의 네 가지 가정을 적고 간단히 설명하시오.

(b) (a)의 네 가정 하에서, β_1 에 대한 최적선형불편추정량(BLUE)을 구하여라. 해당 추정량이 BLUE임을 밝힐 필요는 없다.

(c) 모형의 적합 결과

$$n = 20, \quad \bar{x} = 13.3625, \quad \bar{y} = 2131.358$$

$$S_{xx} = 1106.559, \quad S_{xy} = -41112.65, \quad S_{yy} = 1693737.6$$

이었다. (b)를 이용하여 β_1 을 추정하여라.

(d) (c)에서 얻은 추정량의 분산을 추정하고, 이를 통해 β_1 의 95퍼센트 신뢰구간을 구하여라.

Problem. 9. 아래 물음에 답하시오.

(a) 회귀모형 $Y = X\beta + \epsilon$ 을 고려하자. $Y \in \mathbb{R}^n, X \in \mathbb{R}^{n \times p}, \beta \in \mathbb{R}^p, \epsilon \sim N_n(0, \sigma^2 I_n)$ 이다. $M = X(X^T X)^{-1} X^T$ 에 대하여, 그 i 행 i 열 원소를 m_{ii} 라고 하자. $\sum_{i=1}^n m_{ii}$ 의 값을 구하여라.

(b) $I - M$ 이 대칭행렬인 동시에 멱등행렬임을 보여라.

(c) 잔차 $e = (I - M)Y$ 를 고려하자. i 번째 잔차 e_i 의 분산을 m_{ii} 와 σ^2 로써 표현하여라.

(d) $m_{ii} = \frac{\partial \hat{Y}_i}{\partial Y_i}$ 임을 보이고, 이로써 m_{ii} 가 큰 지렛대점이 왜 영향점이 될 가능성이 큰지 논하시오. Y_i 는 Y 의 i 번째 원소를 의미한다.

Problem. 10. 아래 물음에 답하시오.

- (a) 이변량분포로부터 얻은 랜덤포본 $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ 이 있을 때, 그 상관계수 ρ 가 0인지를 검정하는 방법에는 여러 가지가 있다. **모수적 방법** 하나와 **비모수적 방법** 하나를 제시하고, 각각에 대해 2문장 이내로 개관하시오.

- (b) A 보험사는 보험 보장액 X 과 보험 구매자의 소득수준 Y 사이에 상관관계가 있는지 보고자 한다. 이를 위해 보험 보장액을 1000만원 이하, 1000만원 - 1억, 1억 이상의 세 분류로 나누어 각 상품에 가입한 300명에 대해 조사하고, 소득수준을 무직, 연봉 1억 이하, 연봉 1억 초과로 나누어 그 수를 확인하였다.

	무직	연봉 1억 이하	연봉 1억 이상	합계
1000만원 이하	152	100	48	300
1000만원 - 1억	92	123	85	300
1억 이상	119	32	149	300
합계	363	255	282	900

위 결과를 보고 보험 보장액에 따라 가입자의 소득수준에 차이가 있는지 유의수준 5퍼센트에서 검정하여라.

Problem. 11. 아래의 질문에 답하여라.

(a) 아래의 정상 AR(1) 모형을 따르는 시계열 X_t

$$X_t = \phi X_{t-1} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim W.N.(0, \sigma^2)$$

을 고려하자. X_1, X_2, \dots, X_{10} 이

16, 9, 10, 3, 3, 5, 12, 7, 9, 11

이었다. 표본자기상관함수 $\hat{\rho}(1)$ 을 구하여라. $n = 10$ 은 충분한 표본크기라고 생각하자.

(b) 적률추정법을 이용하여 ϕ 의 적률추정량 $\hat{\phi}$ 를 구하여라.

(c) σ^2 의 적률추정량 $\hat{\sigma}^2$ 을 구하여라.

(d) 적합 과정에서 X_t 가 AR(1)을 따르는 게 맞는지 의문이 들었다. $H_0 : \phi = 0$ 인지를 유의수준 0.05에서 검정하여라.

Problem. 12. 어떤 공장에서 각 5수준을 가진 모수인자 A, B, C 에 대한 실험을 하고자 한다. 그러나 시간이 부족하여 오직 25회만 실험을 수행할 수 있는 상황이다. 따라서 5×5 라틴방격을 통해 실험을 수행하였다. 그 결과가 아래와 같다.

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
B_1	$C_1(68)$	$C_2(74)$	$C_3(63)$	$C_4(64)$	$C_5(70)$
B_2	$C_2(64)$	$C_3(70)$	$C_4(65)$	$C_5(58)$	$C_1(72)$
B_3	$C_3(71)$	$C_4(80)$	$C_5(70)$	$C_1(69)$	$C_2(76)$
B_4	$C_4(71)$	$C_5(74)$	$C_1(69)$	$C_2(66)$	$C_3(70)$
B_5	$C_5(72)$	$C_1(80)$	$C_2(68)$	$C_3(65)$	$C_4(78)$

아래 물음에 답하시오.

(a) 아래 분산분석표를 작성하고, 유의수준 $\alpha = 0.05$ 에서 각 인자의 유의성을 검정하시오.

요인	S	$\phi(\text{df})$	V	F_0
A				
B				
C				
E				-
T			-	-

(b) 모든 인자가 유의하다고 가정할 때, 특성치의 기대값이 가장 낮은 최적수준 $A_i B_j C_k$ 를 찾고, 해당 최적수준에서의 모평균에 대한 95퍼센트 신뢰구간을 구하여라.

Problem. 13. 300명의 지원자들을 3명씩 묶어 100조로 나누고, 10개의 조만을 조사하여 각 조별 나이를 얻었다. 그 표가 아래와 같다.

조 번호	조원1	조원2	조원3
1	21	21	21
2	22	20	21
3	32	20	20
4	25	21	27
5	27	28	29
6	19	23	22
7	21	22	23
8	29	21	24
9	22	20	27
10	23	23	20

(a) 지원자들의 평균 나이를 추정하고, 그 95퍼센트 신뢰구간을 구하여라.

(b) 위 자료에서, 조를 블록으로 취급하는 경우의 분산분석표를 작성하여라.

요인	S	$\phi(\text{df})$	V
조			
오차			
T			-

(c) 조에 따른 평균제곱합을 MSB , 조 내부의 오차에 따른 평균제곱합을 MSW 라고 할 때, 전체 모집단의 분산 σ^2 에 대해

$$\sigma^2 \approx \frac{1}{3}(2MSW + MSB)$$

임을 밝혀라. 또한 이로써 표본에서

$$s^2 \approx \frac{1}{3}(2V_E + V_{Block})$$

역시 성립함을 보여라.

(d) (c)를 이용하여, (a)에서 얻은 집락추출을 통한 추정량 \bar{y}_c 의 단순확률추출을 통해 얻은 추정량 \bar{y} 에 대한 상대효율을 추정하여라.

<표 1> 표준정규분포표 : Z
 $Z \sim N(0,1)$ 일 때 $P[Z \leq z_\alpha]$ 의 확률

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641

<표 2> t-분포표 : $t(\alpha, \nu)$
 $t \sim t(\nu)$ 일 때 $P[t \geq t(\alpha, \nu)] = \alpha$ 를 만족하는 $t(\alpha, \nu)$ 값

ν	α					
	0.25	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.680	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	0.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

<표 3> χ^2 -분포표

$X \sim \chi^2(n)$ 일 때 $\Pr[X \leq \chi^2_{\alpha}(n)] = \alpha$ 를 만족하는 $\chi^2_{\alpha}(n)$ 의 값을 표시

n	α													
	0.005	0.010	0.025	0.050	0.100	0.250	0.500	0.750	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995	0.999
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.10	0.45	1.32	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	10.83
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	0.58	1.39	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60	13.82
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	1.21	2.37	4.11	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	1.92	3.36	5.39	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	2.67	4.35	6.63	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75	20.52
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	3.45	5.35	7.84	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	4.25	6.35	9.04	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	5.07	7.34	10.22	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96	26.12
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.90	8.34	11.39	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.74	9.34	12.55	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	7.58	10.34	13.70	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76	31.26
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	8.44	11.34	14.85	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	9.30	12.34	15.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	10.17	13.34	17.12	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	11.04	14.34	18.25	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.91	15.34	19.37	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	12.79	16.34	20.49	24.77	27.59	30.19	33.41	35.73	40.79
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	13.68	17.34	21.60	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	14.56	18.34	22.72	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	15.45	19.34	23.83	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00	45.32
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	16.34	20.34	24.93	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	17.24	21.34	26.04	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	18.14	22.34	27.14	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	19.04	23.34	28.24	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	19.94	24.34	29.34	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	24.48	29.34	34.80	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	33.66	39.34	45.62	51.80	55.76	59.34	63.69	66.77	73.40
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	42.94	49.33	56.33	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49	86.66
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	52.29	59.33	66.98	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95	99.61
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	61.70	69.33	77.58	85.53	90.53	95.02	100.42	104.22	112.32
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	71.14	79.33	88.13	96.58	101.88	106.63	112.33	116.32	124.84
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	80.62	89.33	98.64	107.56	113.14	118.14	124.12	128.30	137.21
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	90.13	99.33	109.14	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17	149.45

<표 4> F-분포표 ($\alpha=0.05$)

$F \sim F(\nu_1, \nu_2)$ 일 때 $\Pr(F \geq F(\alpha, \nu_1, \nu_2)) = \alpha$ 를 만족하는 $F(\alpha, \nu_1, \nu_2)$ 값 ($F(1-\alpha, \nu_1, \nu_2) = 1/F(\alpha, \nu_2, \nu_1)$)

$\nu_1 \backslash \nu_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	∞
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	243.91	245.95	248.01	249.05	250.10	251.14	254.31
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.62
31	4.16	3.30	2.91	2.68	2.52	2.41	2.32	2.25	2.20	2.15	2.08	2.00	1.92	1.88	1.83	1.78	1.61
32	4.15	3.29	2.90	2.67	2.51	2.40	2.31	2.24	2.19	2.14	2.07	1.99	1.91	1.86	1.82	1.77	1.59
33	4.14	3.28	2.89	2.66	2.50	2.39	2.30	2.23	2.18	2.13	2.06	1.98	1.90	1.85	1.81	1.76	1.58
34	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.29	2.23	2.17	2.12	2.05	1.97	1.89	1.84	1.80	1.75	1.57
35	4.12	3.27	2.87	2.64	2.49	2.37	2.29	2.22	2.16	2.11	2.04	1.96	1.88	1.83	1.79	1.74	1.56
36	4.11	3.26	2.87	2.63	2.48	2.36	2.28	2.21	2.15	2.11	2.03	1.95	1.87	1.82	1.78	1.73	1.55
37	4.11	3.25	2.86	2.63	2.47	2.36	2.27	2.20	2.14	2.10	2.02	1.95	1.86	1.82	1.77	1.72	1.54
38	4.10	3.24	2.85	2.62	2.46	2.35	2.26	2.19	2.14	2.09	2.02	1.94	1.85	1.81	1.76	1.71	1.53
39	4.09	3.24	2.85	2.61	2.46	2.34	2.26	2.19	2.13	2.08	2.01	1.93	1.85	1.80	1.75	1.70	1.52
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.00